

UFMG



# Árvores

Raquel O. Prates



# Conceitos básicos

- n Organiza um conjunto de acordo com uma estrutura hierárquica.
- n Contém elementos que são chamados de nós
- n O “pai de todos” é a raiz – 1<sup>o</sup>. da hierarquia
- n O conteúdo de um nó pode ser de qualquer tipo que se deseje representar



## Definição (Aho, Hopcroft e Ullman - 1983)

- q Um único nó é uma árvore. Este nó é raiz da árvore.
- q Suponha que  $n$  é um nó e  $T_1, T_2, \dots, T_k$  sejam árvores com raízes  $n_1, n_2, \dots, n_k$ , respectivamente. Podemos construir uma nova árvore tornando  $n$  a raiz e  $T_1, T_2, \dots, T_k$  sejam subárvores da raiz. Nós  $n_1, n_2, \dots, n_k$  são chamados filhos do nó  $n$ .



# Caminho

- n Um caminho de  $n_i$  a  $n_k$ , onde  $n_i$  é antecedente a  $n_k$ , é a sequência de nós para se chegar de  $n_i$  a  $n_k$ .
- n Se  $n_i$  é antecedente a  $n_k$ ,  $n_k$  é descendente de  $n_i$ .
- n O comprimento do caminho é o número de nós do caminho  $-1$ .



# Outros conceitos

- n Nó que não tem antecedente: raiz;
- n Nós que não tem descendentes são chamados de folhas.
- n A altura de um nó na árvore é o caminho de maior comprimento que se pode fazer deste nó a uma folha.
- n A altura da árvore é a altura de sua raiz.
- n A profundidade de um nó é o comprimento da raiz até o nó (só existe um caminho)



# Caminhamento

- n A ordem dos filhos dos nós em uma árvore pode ser ou não significativa.
  - q Exemplos, no heap, a ordem dos filhos não tem significado
  - q Outros casos, pode se ter um significado (como veremos em pesquisa em árvores binárias)
- n Considera-se que se  $a$  e  $b$  são nós irmãos, e  $a$  está à esquerda de  $b$ , então todos seus descendentes estão à esquerda de  $b$  e de todos descendentes de  $b$ .



# Caminhamento

- n Diversas formas de percorrer ou caminhar em uma árvore listando seus nós, as principais:
  - q Pré-ordem (Pré-fixada)
  - q Central (Infixada)
  - q Pós-ordem (Pós-fixada)
  
- n Para todas elas:
  - q Se  $T$  é uma árvore nula, então a lista é nula.
  - q Se  $T$  é uma árvore de um único nó então a lista contém apenas este nó.



# Pré-Ordem

- n Pré-ordem: lista o nó raiz, seguido de suas subárvores (da esquerda para a direita), cada uma em pré-ordem.

## **Procedimento PREORDEM (n: TipoNo);**

Início

Lista(n);

Para cada filho f de n, da esquerda para direita faça

PREORDEM(f);

Fim



# Central

- $n$  Central: lista os nós da 1<sup>a</sup>. subárvore à esquerda usando o caminhamento central, lista o nó raiz  $n$ , lista as demais subárvores (a partir da 2<sup>a</sup>.) em caminhamento central (da esquerda para a direita)

## Procedimento CENTRAL ( $n$ : TipoNo);

Início

Se Folha( $n$ ) então /\* Folha retorna se  $n$  é uma folha da árvore ou não\*/

Lista( $n$ );

Senão

CENTRAL (FilhoMaisEsquerda( $n$ ));

Lista ( $n$ );

Para cada filho  $f$  de  $n$ , exceto o mais à esquerda,  
da esquerda para a direita faça

CENTRAL ( $f$ );

Fim;



# Pós-Ordem

- n Pós-ordem: Lista os nós das subárvores (da esquerda para a direita) cada uma em pós-ordem, lista o nó raiz.

## Procedimento POSORDEM

Início

Para cada filho  $f$  de  $n$ , da esquerda para direita faça  
    POSORDEM( $f$ );

Lista( $n$ );

Fim;